Synthèse d'observateurs fonctionels à temps de convergence finie

Présentateur:
M. S. Carlos Ríos Ruiz

Plan de l'exposé

Introduction

- La plupart des observateurs en temps continu ont une stabilité asymptotique.
- La detection aux défauts demande un temps de réponse court pour les systèmes de commande.
- Les observateurs fonctionnels proposent une solution intéresante en raison de leur capacité à estimer une fonction de l'état

$$\lim_{t \to \infty} x(t) - \hat{x}(t) = 0 \tag{1}$$

Enoncé du problème

Considérons une classe de systèmes sujets aux fautes de la forme:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + F_a f(t) \\ y(t) &= Cx(t) + F_s f(t) \end{aligned} \tag{2}$$

où $x(t) \in \mathbb{R}^n$ est l'état du système, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ est le signal d'entrée, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ est la sortie mesurée, et $f(t) \in \mathbb{R}^r$ est le vecteur de fautes, A, B, C, F_a et F_s sont des matrices constantes et connues.

Si nous prenons l'état augmenté $\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ f(t) \end{bmatrix}$, le système (2) peut être écrit comme:

$$\begin{aligned} \bar{x}(t) &= \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}u(t) + \bar{I}_r\dot{f}(t) \\ y(t) &= \bar{C}\bar{x}(t) \\ z(t) &= L\bar{x}(t) \end{aligned} \qquad (3)$$

avec $\bar{A} = \begin{bmatrix} A & F_a \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$, $\bar{F}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ I_r \end{bmatrix}$ et $\bar{C} = \begin{bmatrix} C & F_s \end{bmatrix}$.
$z(t) \in \mathbb{R}^q$, $r \geq q \leq n + r$ est une fonction de l'état que l'on veut estimer.

nous proposons les deux observateurs fonctionnels suivants :

$$\begin{aligned} \dot{w}_i(t) &= N_i w_i(t) + F_i y(t) + H_i u(t) \\ \hat{z}_i(t) &= P_i w_i(t) + Q_i y(t) \end{aligned} \tag{4}$$

où $w_i(t) \in \mathbb{R}^{q_0}$, $i = 1, 2$ est l'état de chaque observateur et $\hat{z}_i(t) \in \mathbb{R}^{q}$ l'estimation de $z(t)$. Les matrices N_i, F_i, H_i, P_i et Q_i sont constantes et doivent être obtenues pour chaque i.

Paramétrage

Nous définissons le vecteur d'erreur auxiliaire $\varepsilon_i(t) = \zeta_i(t) - T_i\bar{x}(t)$, sa dérivée est:

$$\dot{\varepsilon}_i(t) = N_i\varepsilon_i(t) + \left(N_iT_i + F_i\bar{C} - T_i\bar{A}\right)\bar{x}(t) + \left(H_i - T_i\bar{B}\right)u(t) \quad (5)$$

Et le vecteur d'erreur $e_i(t) = \hat{z}_i(t) - z(t)$, alors il existe un observateur de la forme (4) pour un système de la forme (2) si les matrices N_i sont stables et qu'il existe des matrices T_i telles que les conditions suivantes sont vérifiées:

a. $N_iT_i + F_i\bar{C} - T_i\bar{A} = 0$

b. $H_i - T_i\bar{B} = 0$

c. $P_iT_i + Q_i\bar{C} - L = 0$

D-stabilité

Il existe deux observateurs de la forme (4) s'il existe deux matrices X_i telles que la LMI suivante soit satisfaite:

$$\begin{bmatrix} X_i & X_i N_i - \alpha_i X_i \\ * & -\tau_i^2 X_i \end{bmatrix} < 0 \tag{6}$$

S'il existe deux observateurs tels que
$Re\left(\lambda_k(N_2)\right) < \sigma < Re\left(\lambda_s(N_1)\right) < 0,\ k, s = 1, 2, ..., n$ pour $\sigma < 0$,
l'estimateur de fautes

$$\hat{f}(t) = \tilde{I}_r^T T_f \left[\bar{z}(t) - e^{Nh}\bar{z}(t-h)\right] \tag{7}$$

converge vers $f(t)$ dans un temps fini h, où $\tilde{I}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ I_r \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{q\times r}$,
converge vers la faute réelle dans un temps fini h, où
$\bar{z}(t) = \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix}$ et

$$T_f = \begin{bmatrix} I_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_q & e^{Nh}\bar{I}_q \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} I_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_q & e^{N_1 h} \\ I_q & e^{N_2 h} \end{bmatrix}^{-1} \tag{8}$$

avec $N = \begin{bmatrix} N_1 & 0 \\ 0 & N_2 \end{bmatrix}$.

Exemple numérique

Pour un système de la forme (2) avec

$$A = \begin{bmatrix} -9.95 & -0.75 & 0.26 & 5.03 \\ 52.17 & 2.75 & 5.55 & -24.42 \\ 26.09 & 2.64 & -4.2 & -19.28 \\ 0 & 0 & 1.0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.44 & 0.18 \\ 3.24 & -7.59 \\ -5.52 & 4.49 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad F_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \quad F_s = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Comme nous voulons estimer l'état inconnu et le défaut, nous prenons $L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Les matrices des observateurs sont:

$$N_1 = \begin{bmatrix} -2.0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2.0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2.0 \end{bmatrix}$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} -1.35 & -0.13 & 0.62 \\ 0.19 & 0.01 & -0.21 \\ 4.82 & 0.64 & -2.58 \\ -0.61 & -0.05 & 0.7 \\ 1.64 & 0.15 & -0.96 \end{bmatrix} \quad H_1 = \begin{bmatrix} 0.22 & -0.12 \\ 0.1 & -0.12 \\ -4.59 & 5.22 \\ -0.33 & 0.39 \\ -0.06 & -0.077 \end{bmatrix}$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.67 & 0 & 0 & 0 & -0.33 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ -0.33 & 0 & 0 & 0 & 0.67 \end{bmatrix}$$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0.72 & -0.01 & 0.15 \\ -0.05 & 0.99 & 0.06 \\ -2.41 & 0.04 & -1.79 \\ 0.15 & 0.03 & 0.8 \\ 0.23 & 0 & -0.09 \end{bmatrix}$$

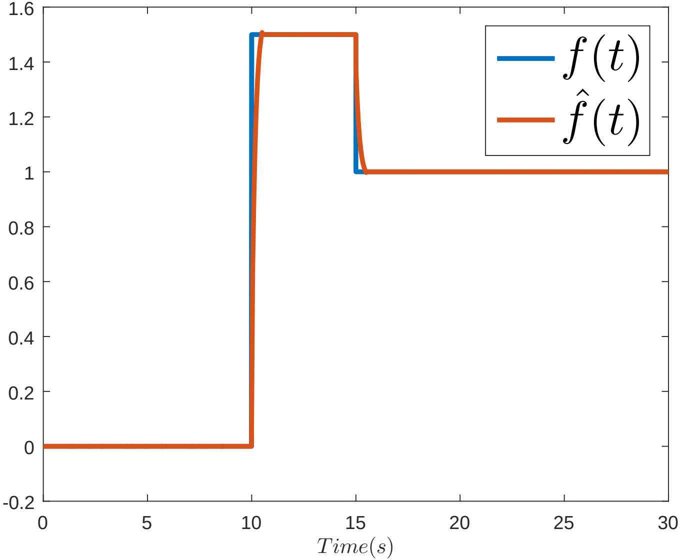
Et:

$$N_2 = \begin{bmatrix} -5.0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -5.0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5.0 \end{bmatrix}$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} -3.15 & -0.47 & 2.69 \\ 0.97 & 0.14 & -1.21 \\ 6.18 & -0.34 & -4.89 \\ -2.37 & -0.35 & 2.96 \\ 3.89 & 0.58 & -3.62 \end{bmatrix} \quad H_2 = \begin{bmatrix} 0.08 & 0.26 \\ 0.21 & -0.25 \\ -5.83 & 6.72 \\ -0.5 & 0.6 \\ 0.08 & -0.44 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0.67 & 0 & 0 & 0 & -0.33 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ -0.33 & 0 & 0 & 0 & 0.67 \end{bmatrix}$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 0.68 & 0.03 & -0.11 \\ -0.1 & 0.98 & 0.13 \\ -1.24 & 0.26 & -0.34 \\ 0.24 & 0.05 & 0.69 \\ 0.27 & -0.04 & 0.17 \end{bmatrix}$$


1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
0
5
10
15
20
25
30
$Time(s)$
$f(t)$
$\hat{f}(t)$

Conclusion et perspectives

- Les travaux présentés sont une introduction pour développer des systèmes de commande plus sophistiqués.
- Pour les travaux futurs, il est pensé de travailler pour inclure les systèmes singuliers et les systèes avec saturation.
- Les possibles applications incluent la commande pour procès industriels et le diagnostique de défauts.